

## Temat lekcji:

## Kąty przyległe, wierzchołkowe, odpowiadające i naprzemianległe

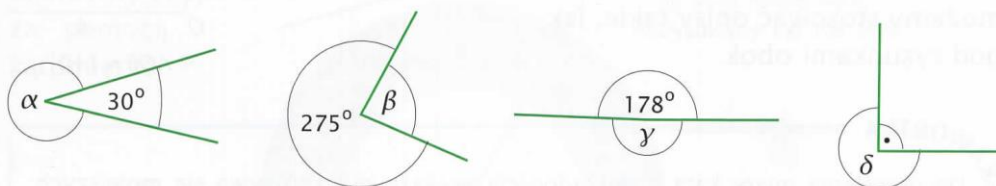
## Temat poprzedni w książce: Mierzenie kątów

## Poprzedzająca strona:

### Zadania

str. 9-10

1. Jakie miary mają kąty  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  i  $\delta$ ?



2. Narysuj kąt o mierze:

- a)  $60^\circ$       b)  $125^\circ$       c)  $175^\circ$       d)  $210^\circ$       e)  $340^\circ$

3. Kąt  $ABC$  ma miarę  $60^\circ$ , kąt  $DBC$  ma miarę  $25^\circ$ . Jaką miarę może mieć kąt wklęsły  $DBA$ ? Rozpatrz dwa przypadki.



N 342 4. Podaj miarę kąta, o jaki obraca się minutowa wskazówka zegara w ciągu:

- a) kwadransa,      b) pół godziny,      c) 3 kwadransów.

5. Podaj miarę kąta, o jaki obraca się godzinowa wskazówka zegara w ciągu:

- a) godziny,      b) 7 godzin,      c) pół godziny.

N 342



6. a) Jaką miarę ma kąt wklęsły, utworzony przez wskazówki zegara (godzinową i minutową) o godzinie  $15^{30}$ ?

b) Od godziny  $12^{00}$  wskazówka godzinowa obróciła się o kąt  $100^\circ$ . Którą godzinę wskazuje zegar?

## Superzagadka

N 342

Kąty  $\alpha$  i  $\beta$  tworzą razem kąt prosty. Oblicz miarę kąta  $\beta$ , jeśli:

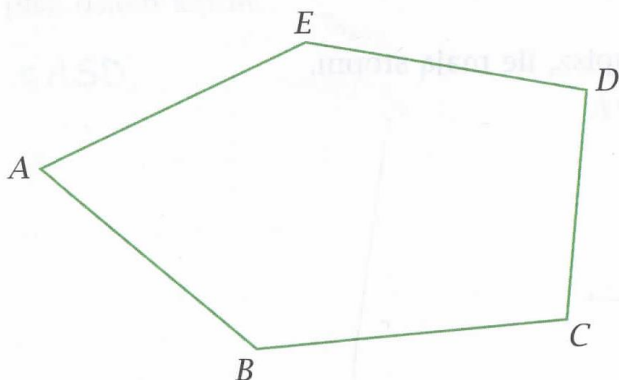
- a)  $\alpha = 20^\circ 30'$       c)  $\alpha = 30^\circ 30' 30''$   
b)  $\alpha = 85^\circ 20'$       d)  $\alpha = 10^\circ 30''$

$$1^\circ = 60'$$

$$1' = 60''$$

## Poprzedzająca strona w ćwiczeniach

3. Zmierz kąty w pięciokącie  $ABCDE$  i wpisz ich miary do tabelki:



Kąt	Miara kąta
$\sphericalangle ABC$	.....
$\sphericalangle CDE$	.....
$\sphericalangle BCD$	.....
$\sphericalangle BAE$	.....
$\sphericalangle AED$	.....

4. Narysuj i zaznacz łukiem kąt o mierze  $140^\circ$  oraz kąt o mierze  $230^\circ$ .

5. Połącz kółka z odpowiednimi nazwami kątów.

kąt wklęsły     kąt prosty     kąt półpełny  
360°     99°     270°     100°     180°     20°  
kąt pełny     359°     88°     90°     200°     181°     169°  
kąt ostry     kąt rozwarty

6. Twoja koleżanka nie była w szkole. Masz jej wyjaśnić przez telefon, jaki kąt nazywamy kątem wklęsłym. Napisz, co powiedziałabyś koleżance.

## **Temat lekcji:**

### **Kąty przyległe, wierzchołkowe, odpowiadające i naprzemianległe**

#### **Uprzednio zrealizowane treści nauczania:**

- pojęcie kąta – ramiona kąta, wierzchołek kąta, miara kąta
- rodzaje kątów – kąt ostry, kąt prosty, kąt rozwarty, kąt półpełny
- kąty wklęsłe i wypukłe
- proste prostopadłe, równoległe
- rysowanie kątów
- oznaczanie kątów
- ustalanie miary kąta, mierzenie kątów za pomocą kątomierza

#### **Jedna czy dwie lekcje?**

#### **Cele:** (jedna z trzech opcji)

1)

- zapoznanie uczniów z kątami przyległymi, wierzchołkowymi, odpowiadającymi i naprzemianległymi;
- kształtowanie umiejętności ustalania miar kątów przyległych, wierzchołkowych, odpowiadających i naprzemianległych.

2)

- poznanie przez uczniów kątów przyległych, wierzchołkowych, odpowiadających i naprzemianległych;
- opanowanie przez uczniów umiejętności ustalania miar kątów przyległych, wierzchołkowych, odpowiadających i naprzemianległych.

3)

Uczeń:

- rozpoznaje kąty przyległe, wierzchołkowe, odpowiadające i naprzemianległe;
- ustala miary kątów przyległych, wierzchołkowych, odpowiadających i naprzemianległych.

#### **Metody pracy:**

- wyjaśnianie;
- metoda heurystyczna;
- rozwiązywanie zadań z komentowaniem.

#### **Formy pracy:**

- praca zbiorowa;
- praca indywidualna.

#### **Środki dydaktyczne:**

- ekierka tablicowa i uczniowskie;
- linijka tablicowa i uczniowskie.

**Czas trwania zajęć:** 45 minut

**Klasa:** V

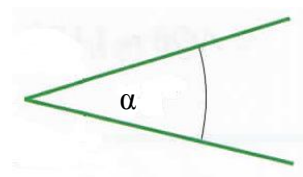
**Liczba uczestników:** około 24

## Przebieg zajęć:

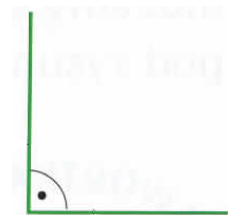
### Część wprowadzająca:

#### 1. Przypomnienie dotychczasowej wiedzy o kątach i ich rodzajach.

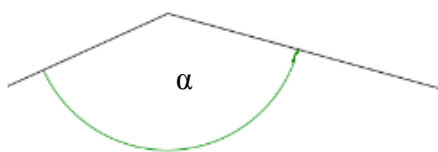
Przypomnijmy, co już wiecie o kątach. Zobaczcie, co ja tu rysuję... (nauczyciel rysuje kąt ostry i oznacza go symbolem alfa). Jaki to jest kąt? Mówicie, że to kąt ostry, zatem jaką on może mieć miarę? (Nie więcej niż  $90^0$ ). Jak nazywamy ten element kąta? (nauczyciel wskazuje wierzchołek). A jak nazywamy te części kąta? (nauczyciel wskazuje ramiona).



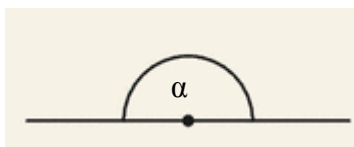
A teraz popatrzcie na ten rysunek (nauczyciel rysuje od ekierki kąt prosty i zaznacza go kropką). Co możecie powiedzieć o tym kącie? Jak się nazywa? Jaką ma miarę? Czy ramiona tego kąta są do siebie równoległe? Nie, to w takim razie jakie są?



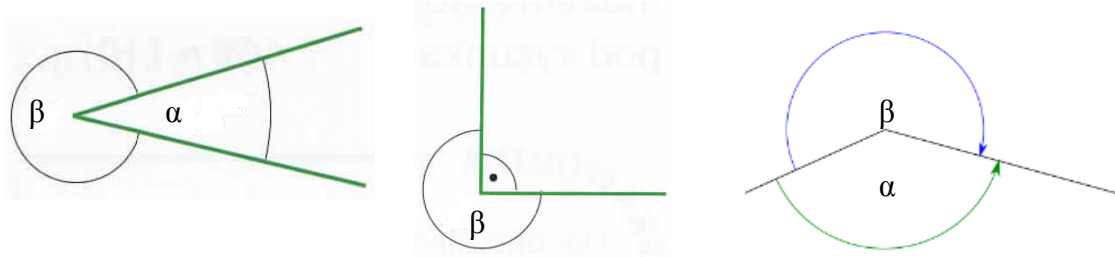
No to teraz czas na kolejny kąt. (nauczyciel rysuje kąt rozwarty i oznacza go symbolem alfa). Co z kolei powiecie o tym kącie? Jak go nazwiemy? Jaką on może mieć miarę? (więcej niż  $90^0$  i mniej niż  $180^0$ )



A teraz będzie kąt szczególny, Zobaczcie... (nauczyciel rysuje na tablicy kąt półpełny). Co to jest za kąt? Jak się nazywa? Jaką ma miarę? Skoro ten kąt jest półpełny i ma  $180^0$ , to jaką miarę ma kąt pełny?



A czy tu na tablicy mamy może jakiś kąt wklęsły? Czy możecie taki kąt tu znaleźć i zaznaczyć symbolem beta? (nauczyciel zaprasza ucznia do tablicy, aby zaznaczył takie kąty). Jaką miarę może mieć kąt wklęsły? (więcej niż  $180^0$  i mniej niż  $360^0$ )



Czy można narysować kąt wklęsły na naszym rysunku przedstawiającym kąt półpełny? Dlaczego?

A jaką dokładnie miarę ma kąt wklęsły, który zaznaczony został na naszym rysunku przedstawiającym kąt prosty? Skąd to wiecie? Jak to można obliczyć? Jaką miarę ma kąt pełny?

Czyli w tym wypadku obliczyliście miarę kąta wklęsłego uwzględniając to, że razem z kątem prostym tworzą kąt pełny. A zatem wnioskowaliście o mierze kąta na podstawie jego związku z innym kątem.

### Część zasadnicza:

#### 1. Przedstawienie celów lekcji oraz jej tematu

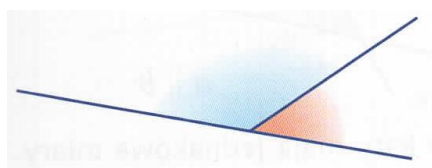
Dzisiaj nauczycie się jakie jeszcze inne mogą być związki między kątami i jak można ustalać w różnych sytuacjach miary kątów. (przedstawienie celu lekcji).

Temat dzisiejszej lekcji brzmi: Kąty przyległe, wierzchołkowe, odpowiadające i naprzemianległe. (nauczyciel zapisuje temat na tablicy, a uczniowie w zeszytach).

#### 2. Związki między kątami - zaprezentowanie nowych treści

##### 2.1. Kąty przyległe

Zobaczcie, co ja tu rysuję. Najpierw prosta, teraz wierzchołek kątów, a teraz ramię. Zaznaczę tu dwa kąty. (nauczyciel oznacza kąty łukami). Co możemy powiedzieć o wierzchołkach tych kątów? A co możemy powiedzieć o ich ramionach?



Jeśli jeden z tych kątów ma miarę  $45^{\circ}$ , to jaką miarę ma drugi z tych kątów? Skąd to wiecie? Jak to obliczyliście?

Takie kąty, które mają jedno ramie wspólne i razem tworzą kąt półpełny nazywamy kątami przyległymi. (nauczyciel pisze nazwę nad rysunkiem)

Teraz napiszcie w zeszytach: Kąty przyległe i narysujcie takie kąty. Zaczynajcie od prostej, zaznaczcie wierzchołek i narysujcie wspólne dla tych kątów ramie. Zaznaczcie kąty jako  $\alpha$  i  $\beta$  i zapiszcie:  $\alpha + \beta = 180^{\circ}$ .

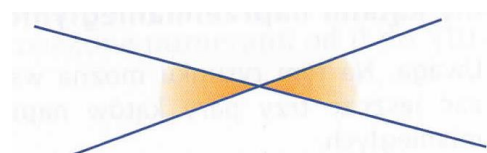
## 2.2. Kąty wierzchołkowe

Przyjrzyjcie się jaki rysunek powstanie teraz. Rysuję jedną prostą i drugą, która ją przecina. Zaznaczę dwa kąty. Co możecie powiedzieć o wierzchołkach tych kątów i ich ramionach?

Takie kąty, których ramiona leżą na przecinających się prostych nazywamy kątami wierzchołkowymi. Kąty takie mają jednakową miarę.

Jaką literę przypominają ramiona tych kątów? (X)

A czy na tym rysunku można zaznaczyć, jeszcze jedną parę kątów wierzchołkowych? (nauczyciel prosi ucznia o wskazanie, ale bez zakreślania) Jaka jest miara tych kątów? (taka sama)

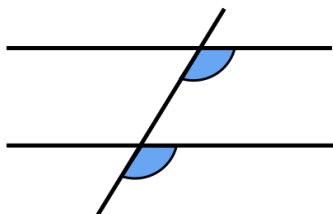
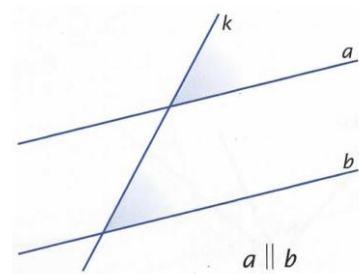


Zapisać w zeszytach: Kąty wierzchołkowe (nauczyciel pisze nazwę nad rysunkiem), narysujcie przecinające się proste i zaznaczcie literami  $\alpha$  dwa kąty wierzchołkowe.

## 2.3. Kąty odpowiadające

Zobaczcie teraz rysuję dwie proste równoległe. Najpierw pierwsza, a teraz przykładam ekierkę do linijki, przesuwam i rysuję prostą równoległą, tak jak to zawsze robimy. (nauczyciel oznacza prostą  $a$  i prostą  $b$  i pisze  $a \parallel b$ )

Dwie proste równoległe przetną teraz trzecią prostą. (nauczyciel rysuje prostą). Oznaczę ją literą  $k$ . Mamy tu teraz różne kąty i przyjrzymy się, czy któreś mają taką samą miarę.



Zaznaczę dwa kąty, po tej samej stronie prostej  $k$ . To są kąty odpowiadające. Mają one taką samą miarę. (nauczyciel oznacza łuki kątów odpowiadających takimi samymi kolorami)

Czy można na tym rysunku wskazać inne kąty leżące po tej samej stronie prostek  $k$  mające tę samą miarę? (chętny uczeń wskazuje kąty, ale ich nie zaznacza)

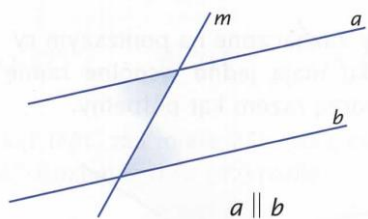
Zapisać teraz w zeszytach: Kąty odpowiadające, narysujcie proste równoległe i przecinającą je trzecią prostą. Zaznaczcie kąty odpowiadające. (uczniowie rysują)

Zaznaczę kolorową linią ramiona kątów odpowiadających. Czy można zauważyć, że ramiona tych kątów układają się w kształt podobny co jakiejś litery? Jakiej? (F)

## 2.4. Kąty naprzemianległe

Raz jeszcze narysuję dwie proste równoległe, przy użyciu ekiejki i linijki oraz trzecią prostą je przecinającą, tym razem nazwę ją  $m$ , i pokażę wam jeszcze kąty naprzemianległe.

Zaznaczyłam kąty po dwóch stronach prostej przecinającej dwie proste równoległe. Zobaczcie które to kąty. To są właśnie kąty naprzemianległe. One mają taką samą miarę.



Skoro wiecie, że te kąty mają jednakową miarę to może ktoś spróbuje wskazać na rysunku jeszcze inne kąty, które mają taką samą miarę. (uczniowie wskazują kąty i uzasadniają dlaczego te kąty mają taką samą miarę., ale ich nie zaznaczają)

Teraz narysujcie kąty naprzemianległe w zeszytcie (nauczyciel pisze nad rysunkiem: Kąty naprzemianległe). Zaczynamy od narysowania dwóch prostych równoległych, a następnie rysujemy prostą je przecinającą. Potem zaznaczamy kąty naprzemianległe symbolem  $\alpha$ . (uczniowie rysują)

Zaznaczę teraz kolorem ramiona tych kątów. Zobaczcie w jaką literę układają się te ramiona? (Z)

Rysunki pozostają widoczne na tablicy.

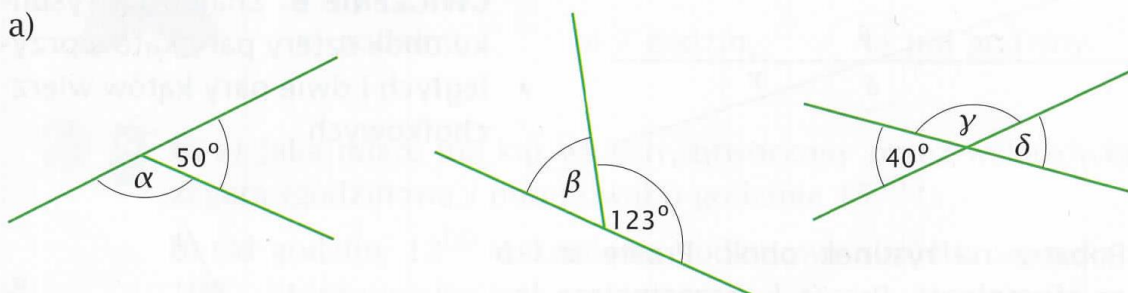
## 3. Rozpoznawanie kątów przyległych, wierzchołkowych, odpowiadających i naprzemianległych i ustalanie ich miar - zadania.

Teraz pora na kilka ćwiczeń.

### Zadanie 1.

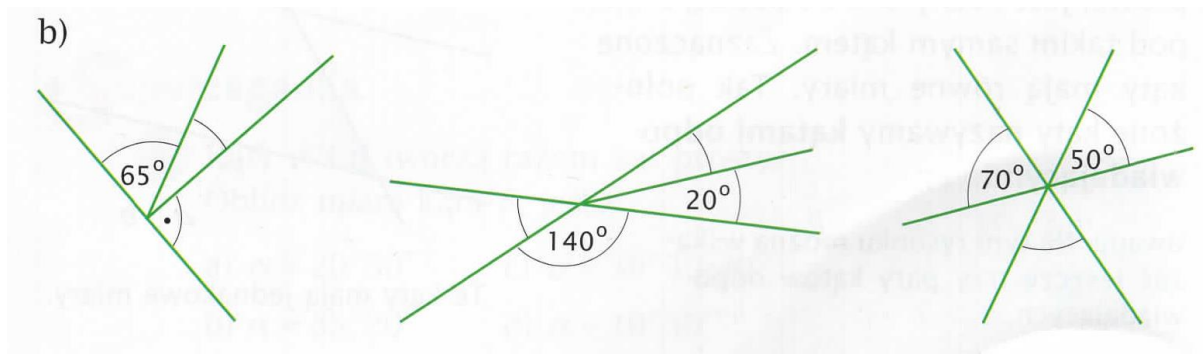
Przyjrzyjmy się rysunkom w książce na stronie x. (nauczyciel wyświetla zadanie na ekranie) Przeanalizujmy przykład a). Jak nazwiemy kąty na pierwszym i drugim rysunku? Jak obliczymy miarę kąta  $\alpha$ ? A jak ustalimy miarę kąta  $\beta$ ?

A jakie kąty zilustrowano na trzecim rysunku? Czyli jaką miarę ma kąt  $\delta$ ? Ale mamy tu jeszcze kąt  $\gamma$ ? W jaki sposób ustalimy jego miarę? Czy jeszcze jakiś kąt na tym rysunku ma taką miarę?



Przejdziemy do przykładów b). Wyglądają na trochę bardziej złożone. Przyjrzyjcie się, jakie kąty tutaj dostrzeżemy. (nauczyciel wyświetla zadanie na ekranie)





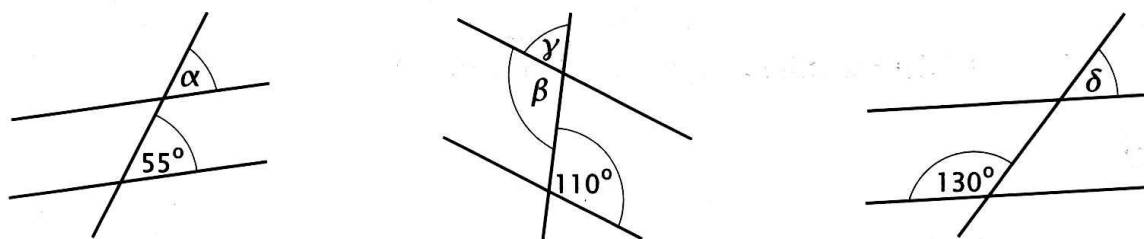
Jak nazwiemy kąty narysowane na pierwszym rysunku? Mamy tu 3 kąty. Jaki kąt tworzą te dwa ramiona? (nauczyciel wskazuje ramiona tworzące kąt półpełny). Jaka zatem musi być suma trzech zaznaczonych kątów? Ilu kątów miara jest nam znana? Jak obliczymy miarę trzeciego kąta?

Czy na rysunku drugim możemy dostrzec podobną sytuację? (nauczyciel zakrywa ramię znajdujące się po lewej stronie prostej) Jaka jest zatem miara tego kąta? (nauczyciel wskazuje kąt). Jak to obliczamy? Mamy tu zaznaczony jeszcze jeden kąt, jak ustalimy jego miarę? Czy z którymś innym tworzy kąt półpełny? A czy można zauważyć, że tworzy on kąty wierzchołkowe z innymi kątami? Z którymi? Czy patrząc na kąty wierzchołkowe taką samą uzyskamy miarę zaznaczonego kąta?

A jakie kąty dostrzegacie na rysunku trzecim? (nauczyciel zaprasza chętnego ucznia, który ma wyjaśnić związki między kątami i ustalić ich miary)

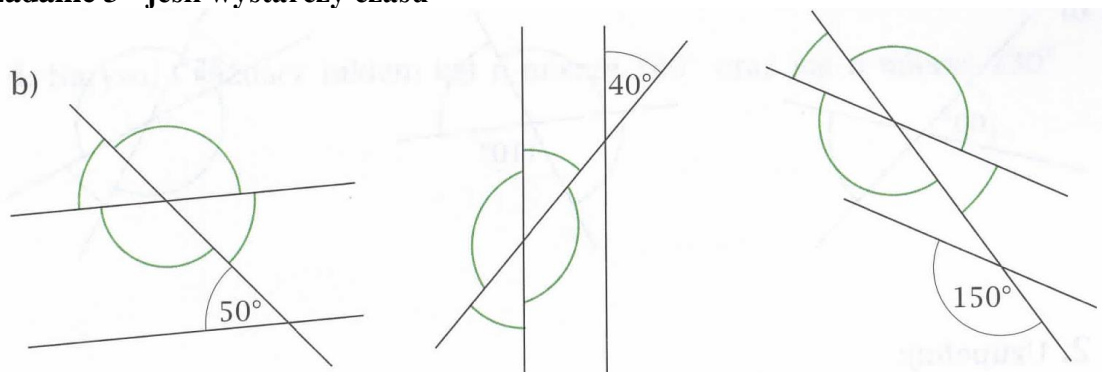
### Zadanie 2

W pierwszym zadaniu widzieliśmy kąty przyległe i wierzchołkowe. A zobaczmy jakie kąty narysowane są w kolejnym zadaniu. Mamy tu 3 przykłady.

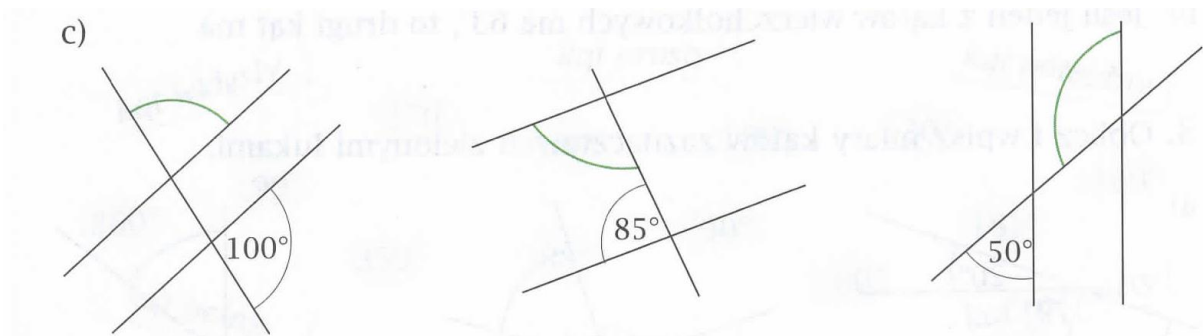


Wspólnie analizujemy przykłady w podobny jak wcześniej sposób.

### Zadanie 3 - jeśli wystarczy czasu







### Część końcowa:

#### 1. Podsumowanie wiadomości o poznanych związkach między kątami

Podsumujmy to, o czym dzisiaj się uczyliśmy.

Wymieńcie, jakie nazwy kątów pojawiły się na lekcji.

Odwołujemy się do narysowanych wcześniej na tablicy rysunków.

Mówiliśmy o kątach przyległych. Dwa kąty do siebie przylegają, jedno ramię jest wspólne, a drugie ramiona są dwoma półprostymi tej samej prostej. Co wiemy o miarach tych kątów?

Były też kąty wierzchołkowe. Jaką nam literę przypominały? Co o nich wiemy? Kiedy dwie proste przecinają się to ile par kątów wierzchołkowych tworzą?

A kiedy mamy do czynienia z kątami odpowiadającymi i naprzemianległymi? Wtedy, kiedy dwie proste równoległe przecięte są trzecią prostą.

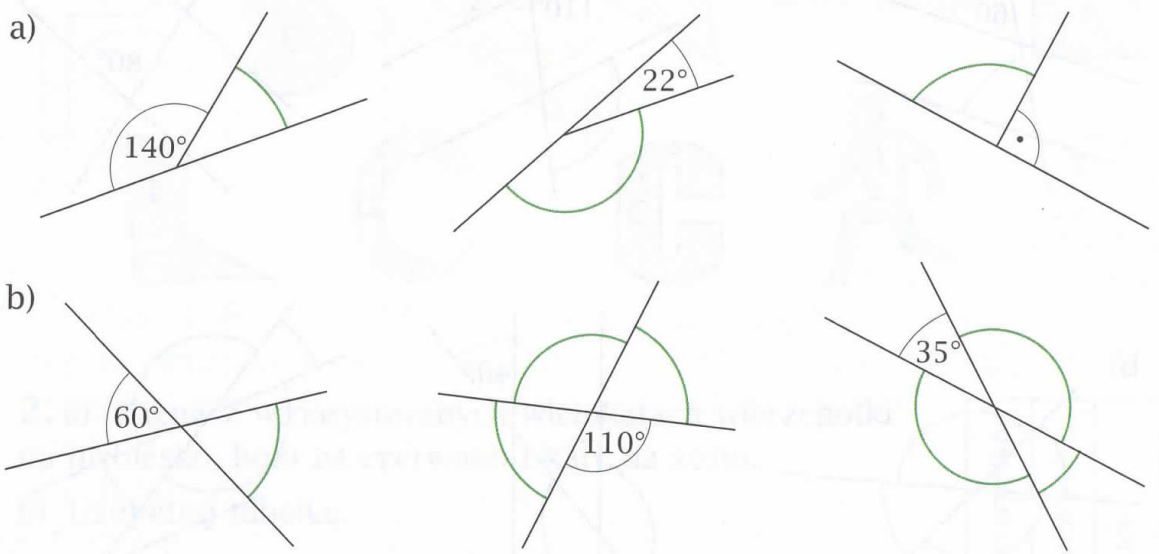
W jaką literę układają się ramiona kątów odpowiadających, a w jaką naprzemianległych?

A te dwa kąty, które teraz pokazuję jakie są? Odpowiadające czy naprzemianległe?

#### 2. Zadanie zadania domowego

Zadanie domowe w ćwiczeniach:

1. Wpisz, ile stopni mają kąty zaznaczone zielonymi łukami.

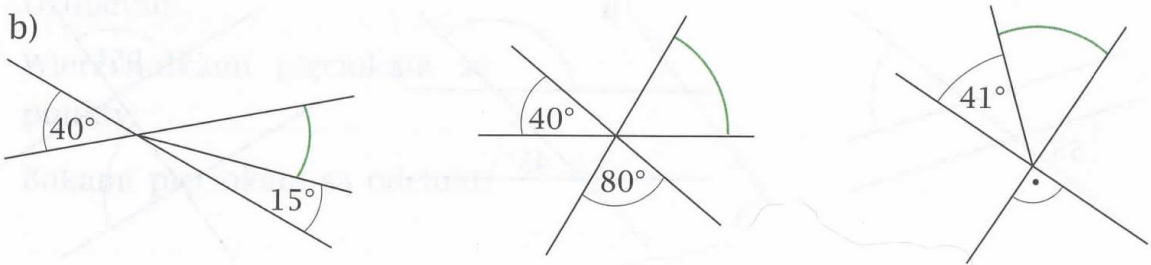


3. Oblicz i wpisz miary kątów zaznaczonych zielonymi łukami.

a)

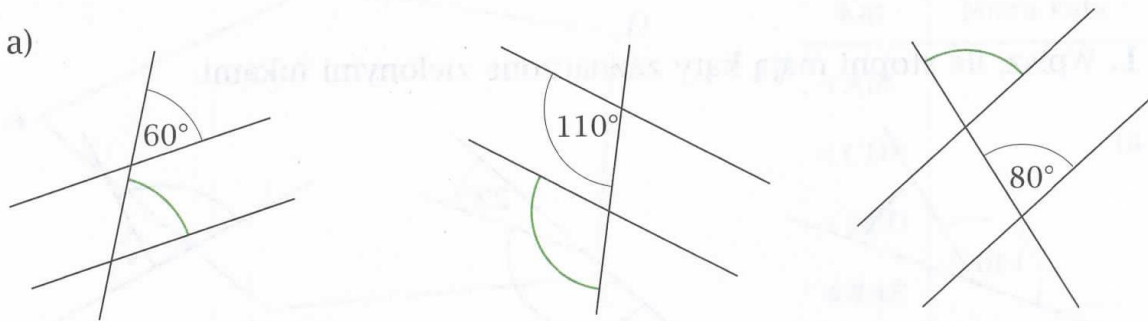


b)



4. Na każdym rysunku dwie proste równoległe przecina trzecia prosta. Wpisz, ile stopni mają kąty zaznaczone zielonymi łukami.

a)



**Co zostawiam na drugą lekcję:**

Analiza tekstu z książki - s. 107 i 108

Wykonanie ćwiczeń A, B i C

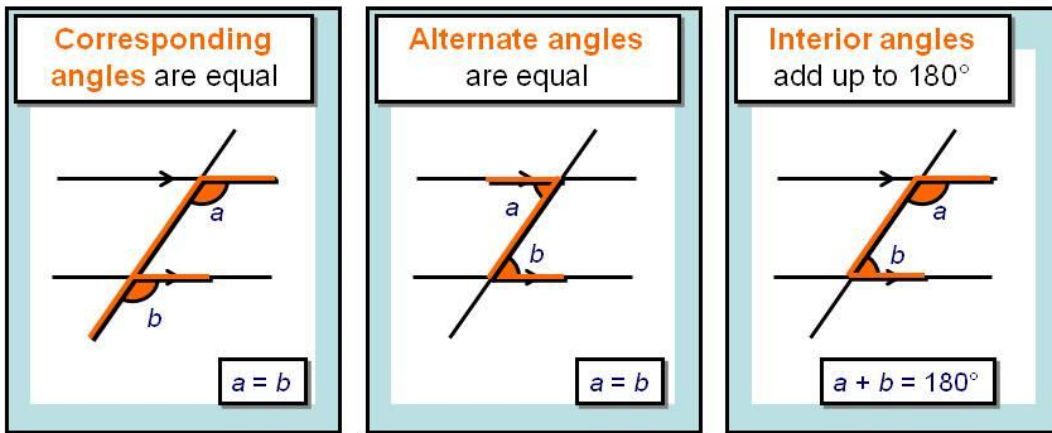
Rozwiązanie zdań 2, 3, 4 ze strony 109

Super zagadka

Ćwiczenia - Zadanie 2, 4 (b, c, jeśli nie zostały wykonane na pierwszej lekcji), d

Materiały dodatkowe:

For angles on a transversal across parallel lines:



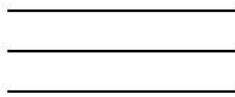
Look for an F-shape

Look for a Z-shape

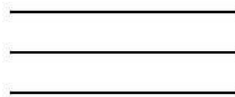
Look for a C- or U-shape

“Fangles, Zangles and Cangles”

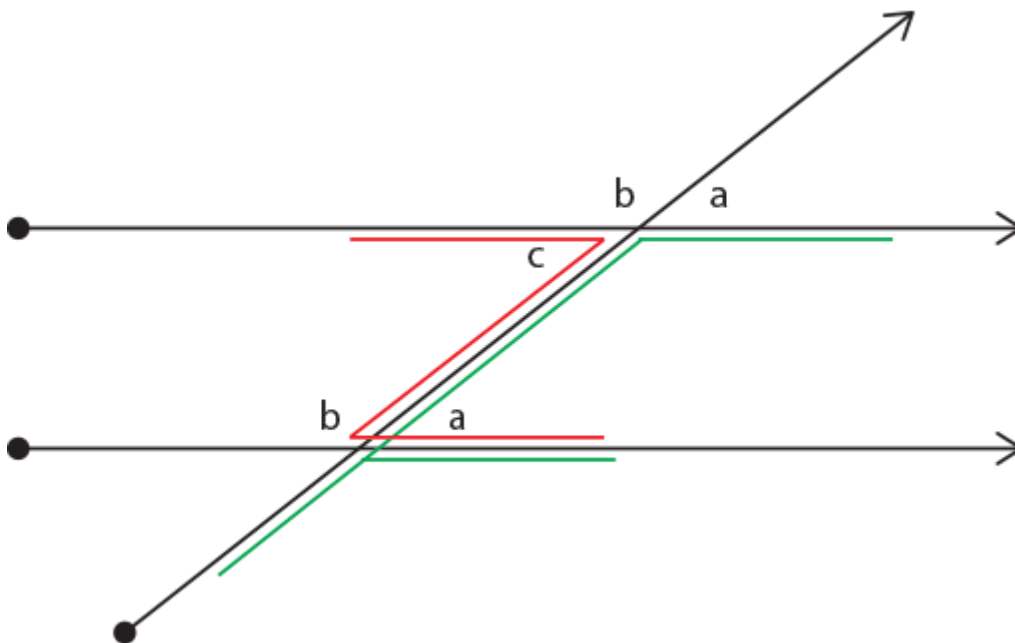
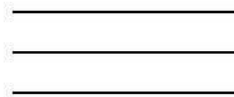
Examples:

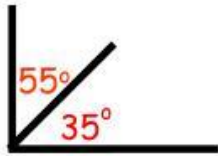


Examples:

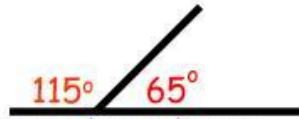


Examples:

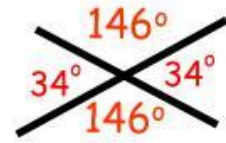




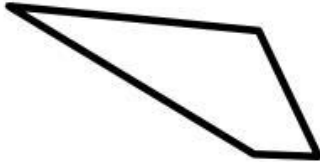
Two angles making a right angle add up to  $90^\circ$   
(Complementary angles)



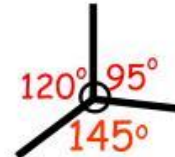
Two angles making a straight line add up to  $180^\circ$   
(Supplementary angles)



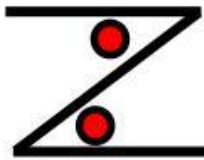
Angles opposite each other at a cross are equal.



The angles in a quadrilateral ALWAYS add up to  $360^\circ$

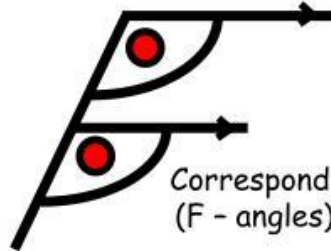


Angles round a point always add up to  $360^\circ$



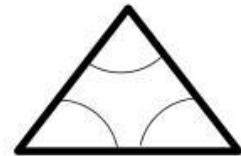
Alternate angles (Z - angles) are equal

30-Sep-14



Corresponding angles (F - angles) are equal

Created by Mr.Lafferty Math Dept



Angles in a triangle add up to  $180^\circ$

Narysuj wielkie F i znajdź miary zaznaczonych na czerwono kątów.

1.		4.		7.	
2.		5.		8.	
3.		6.		9.	

Resource author: dh2119

Narysuj wielkie Z i znajdź miary zaznaczonych na czerwono kątów.

1.		4.		7.	
2.		5.		8.	
3.		6.		9.	

Cele do bólu

**Cele:** (jedna z trzech opcji)

1)

- utrwalanie u uczniów wiadomości i umiejętności dotyczących kątów
- zapoznanie uczniów z kątami przyległymi, wierzchołkowymi, odpowiadającymi i naprzemianległymi
- kształtowanie umiejętności ustalania miar kątów przyległych, wierzchołkowych, odpowiadających i naprzemianległych

2)

- utrwalenie wiadomości i umiejętności dotyczących kątów
- poznanie przez uczniów kątów przyległych, wierzchołkowych, odpowiadających i naprzemianległych
- opanowanie przez uczniów umiejętności ustalania miar kątów przyległych, wierzchołkowych, odpowiadających i naprzemianległych

3)

Uczeń:

- nazywa części kąta
- rozpoznaje rodzaje kątów: ostre, proste, rozwarte, wklęsłe, wypukłe
- nazywa kąty ...
- ustala miary kątów ostrych, prostych, rozwartych, wklęsłych, wypukłych
- rysuje proste równoległe wykorzystując ekierkę i linijkę
- rozpoznaje kąty przyległe, wierzchołkowe, odpowiadające i naprzemianległe
- ustala miary kątów przyległych, wierzchołkowych, odpowiadających i naprzemianległych